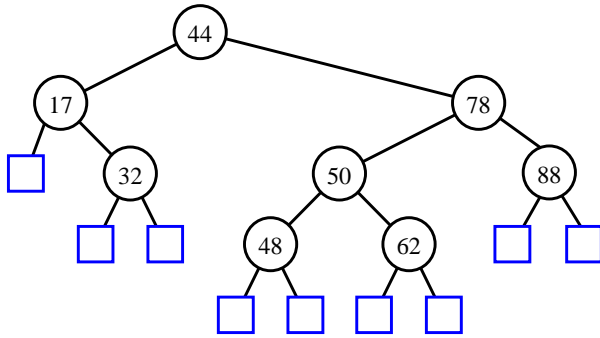


SØKING

- ADT Ordbok (eng: Dictionary)
- Binært Søk
- Binære SøkeTrær



Søking

1

ADT Ordbok

- en ordbok er en abstraksjon av en **database**
- som i en prioritetskø, så lagrer ordbok nøkkel-element par.
- hovedoperasjon er **SØK vha NØKKEL**
- container metoder:
 - `size()`
 - `isEmpty()`
 - `elements()`
- query metoder:
 - `findElement(k)`
 - `findAllElements(k)`
- oppdaterings- metoder:
 - `insertItem(k, e)`
 - `removeElement(k)`
 - `removeAllElements(k)`
- spesialelement
 - `NO_SUCH_KEY`, returnert av feilslått søk

Søking

2

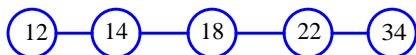
Implementering av ordbok vha sekvens

- *usortert sekvens*



- søking og fjerning tar $O(n)$ tid
- innsetting tar $O(1)$ tid
- et godt valg for log-filer (mange innsetninger, få søk og fjerning)

- *array-basert sortert sekvens* (antar at nøklene har en totalordning)



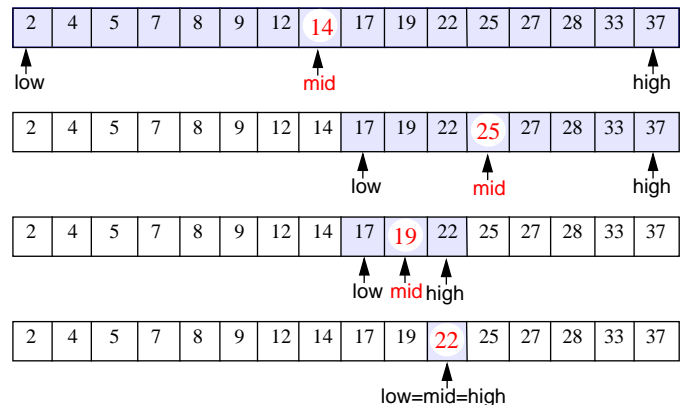
- søk tar $O(\log n)$ tid (vha *binært søk*)
- innsetting og fjerning tar $O(n)$ tid
- et godt valg for oppslags-tabeller (mange søk, lite innsetting og fjerning)

Søking

3

Binært Søk

- Søk etter gitt nøkkel i en **sortert sekvens**
- Reduser fra søk blant n til søk blant $n/2$. Hvordan?
- “høy-lav”
- `findElement(22)`



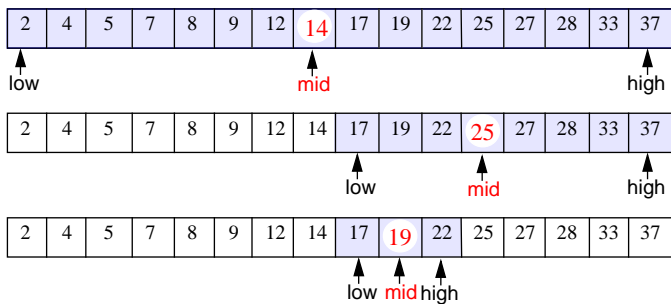
Søking

4

Pseudokode for Binært Søk

```

Algorithm BinarySearch(S, k, low, high)
if low > high then
  return NO_SUCH_KEY
else
  mid ← (low+high) / 2
  if k = key(mid) then
    return key(mid)
  else if k < key(mid) then
    return BinarySearch(S, k, low, mid-1)
  else
    return BinarySearch(S, k, mid+1, high)
  
```



Søking

5

Kjøretid for binært søk

- Kandidatmengden *halveres for hvert steg*

| steg | søkemengde |
|------------|------------|
| 0 | n |
| 1 | $n/2$ |
| 2 | $n/4$ |
| ... | ... |
| i | $n/2^i$ |
| $\log_2 n$ | 1 |

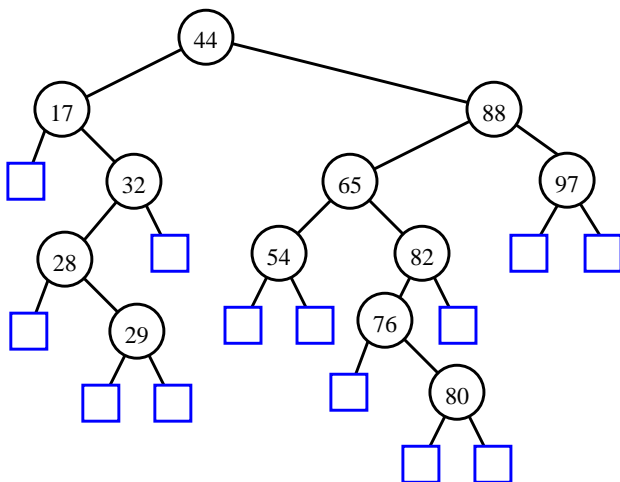
- I en array-basert implementasjon av sekvens tar rank-aksess tid $O(1)$, dermed blir **binærsøking en $O(\log n)$ operasjon**

Søking

6

Binære SøkeTrær

- Et binært søketre er et binært tre hvor
 - hver intern-node lagrer et (nøkkel, element)-par fra ordboken.
 - for node som lagrer (k, e) vil alle nøkler i **venstre** deltre ha **nøkkel < k** og i **høyre** ha **nøkkel >= k**.



Søking

7

Søk

- Et binært søketre T er et **decision tree**, hvor spørsmålet som stilles for en intern-node v er om nøkkelen k er mindre enn, større enn, eller lik v .
- Pseudokode:


```

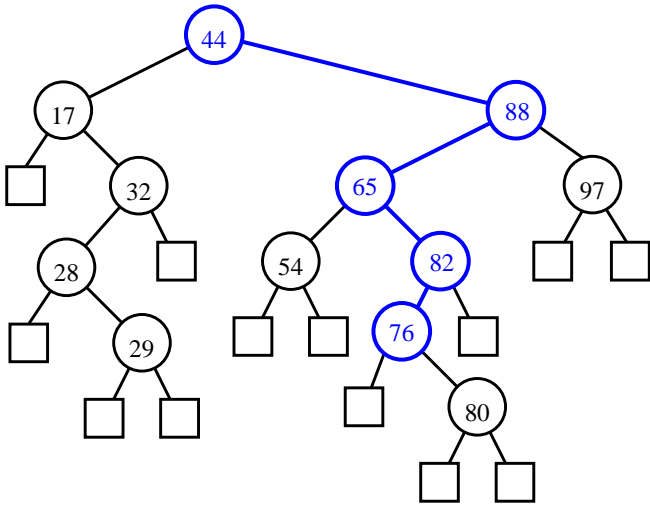
Algorithm TreeSearch(k, v):
  Input: Søkenøkkel  $k$  og en node  $v$  i et binært søketre  $T$ .
  Output: Node  $w$  i deltreet  $T(v)$  med rot i  $v$ ,
    s.a. enten er  $w$  en intern node som lagrer
    nøkkel  $k$  eller så er  $w$  en ekstern node som
    angir plassen der  $k$  ville vært lagret om den befant seg i
    treet.
    if  $v$  is an external node then
      return  $v$ 
    if  $k = \text{key}(v)$  then
      return  $v$ 
    else if  $k < \text{key}(v)$  then
      return TreeSearch( $k$ ,  $T.\text{leftChild}(v)$ )
    else
      {  $k > \text{key}(v)$  }
      return TreeSearch( $k$ ,  $T.\text{rightChild}(v)$ )
      
```

Søking

8

Søk-eksempel I

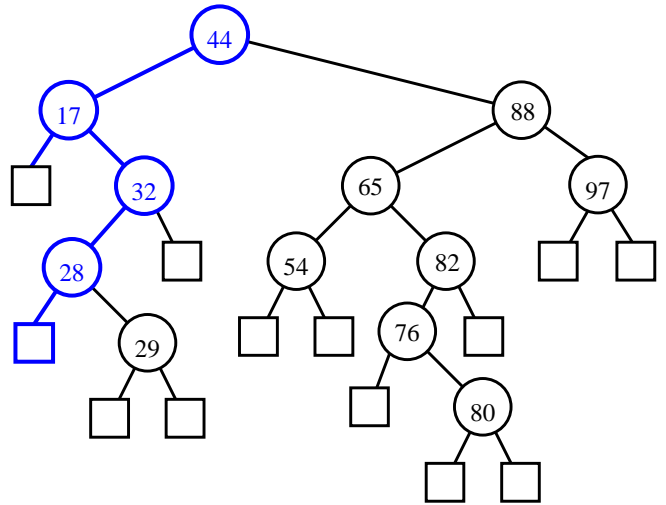
- `findElement(76)`



- Et søk med treff starter i rotnode og ender i en internnode.
- Hva med `findAllElements(k)`? Hva gir Innorden traversering?

Søke-eksempel II

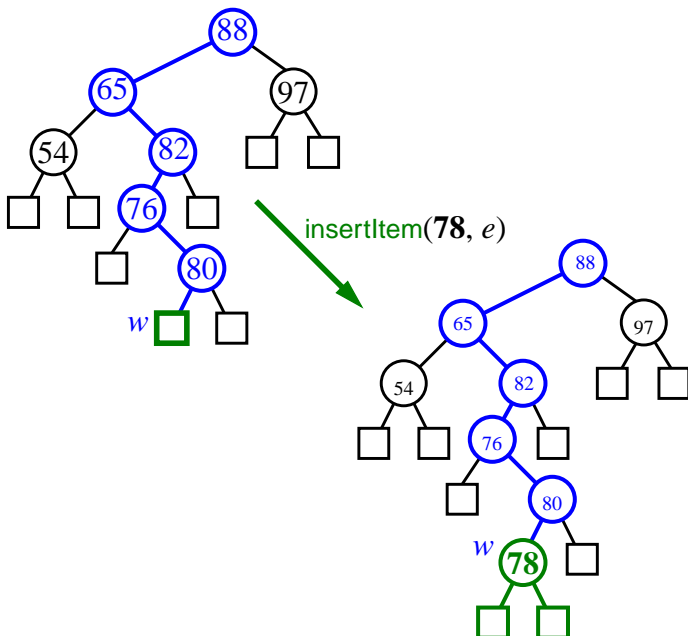
- `findElement(25)`



- Et søk etter en nøkkel som ikke finnes i treet starter i rotnode og ender i en løv-node.

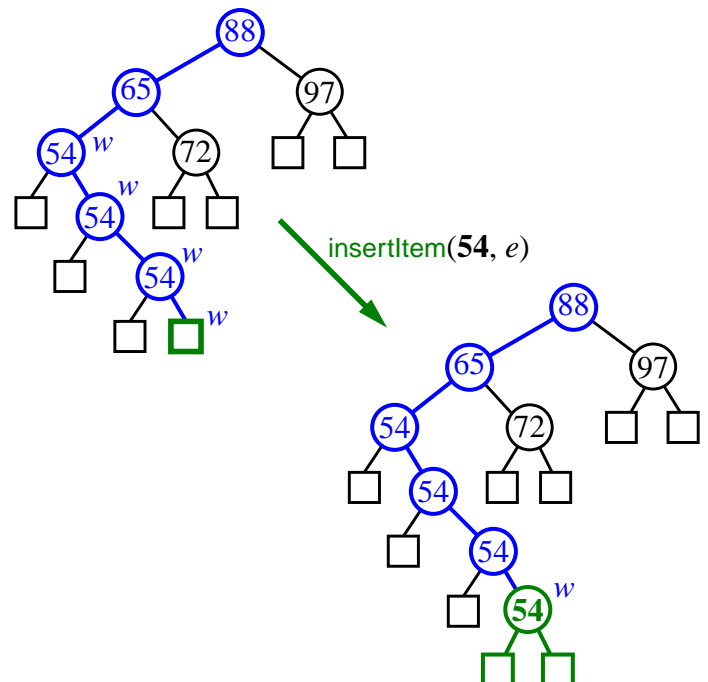
Insetting

- For `insertItem(k, e)`, lar vi w være noden returnert av `TreeSearch(k, T.root())`
- Om w er ekstern, vet vi at k ikke er lagret i T . Vi kaller `expandExternal(w)` på T og lagrer (k, e) i w



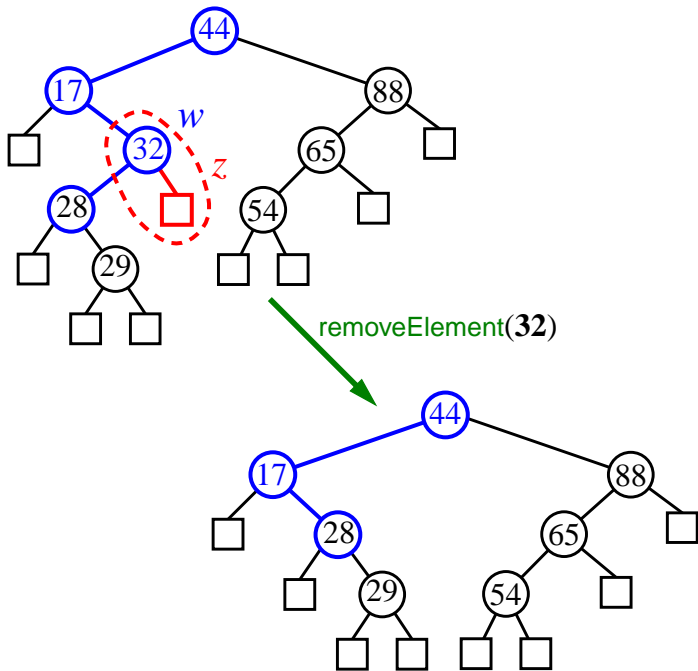
Insetting II

- Om w er intern, betyr dette at et annet element med nøkkel k er lagret i w . Vi kaller innsetting rekursivt på `T.rightChild(w)`. `insertItem(54, e)`:



Fjerning I

- Finn node w hvor nøkkelen er lagret vha `TreeSearch`
- Om w **har et eksternt barn** z , fjerner vi w og z med `removeAboveExternal(z)`

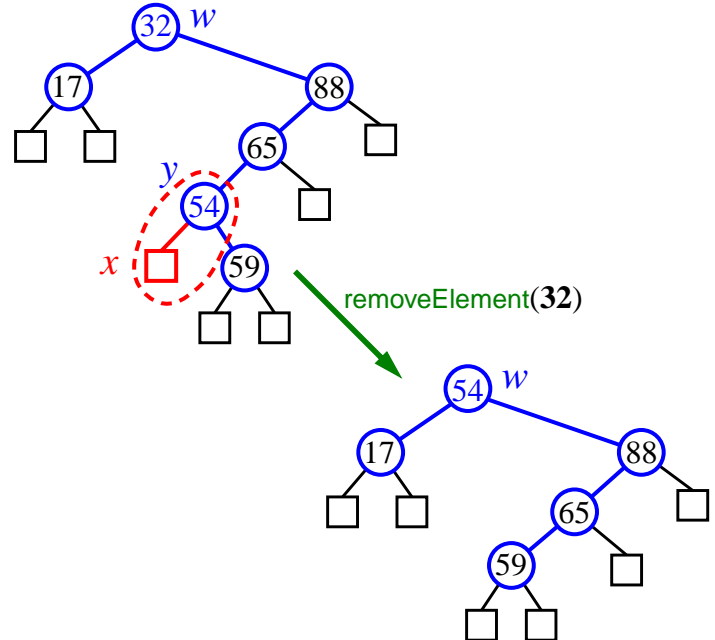


Søking

13

Fjerning II

- Om w **ikke har eksterne barn**:
 - finn intern-node y som følger etter w i innorden
 - flytt (nøkkel,element) par fra y til w
 - utfør `removeAboveExternal(x)`, hvor x er venstre barn av y (denne må være eksternt)

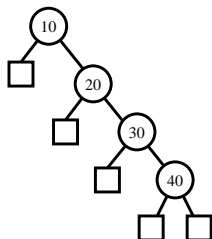


Søking

14

Kjøretid

- Et søk, en innsetting eller en fjerning traverserer alle en **rot-mot-løv sti**, og besøker kanskje også **søsken** til noder på denne stien
- Det brukes $O(1)$ tid for hver traverserte node
- Kjøretiden for hver operasjon blir $O(h)$, hvor h er høyden på treet
- Høyden på det binære treet er i verste fall lik antall lagrede nøkler, dvs n , og dette skjer når treet blir til en sti.



- For å oppnå en god kjøretid må treet holdes **balansert**, dvs vi vil ha $O(\log n)$ høyde
- Mer sofistikerte metoder for Innsetting og Fjerning vil garantere balanserte trær. Mer om dette i kurset I234.

Søking

15