Oppsummering

I. HVA VAR DET?

I.1 Programutvikling

I.2 Datastrukturer

I.3 Algoritmer

II. PENSUM

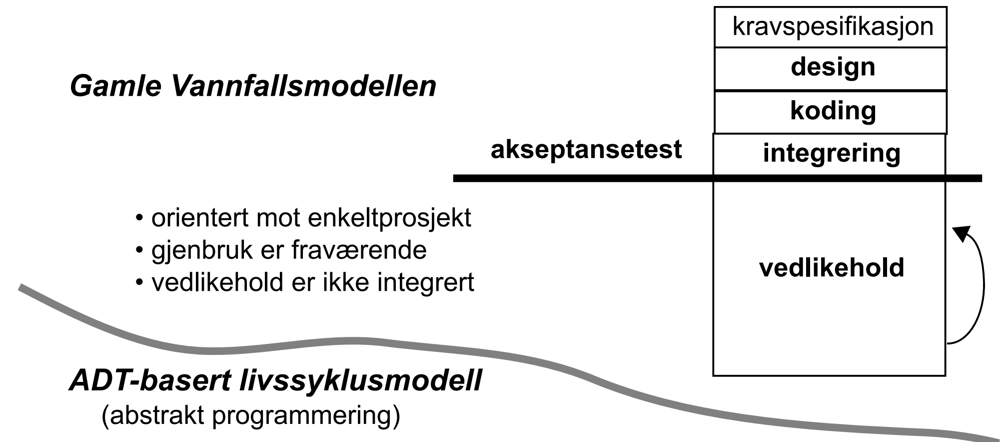
III. EKSAMEN

IV. ØNSKER
ROTASJON AV AVL-TRÆR

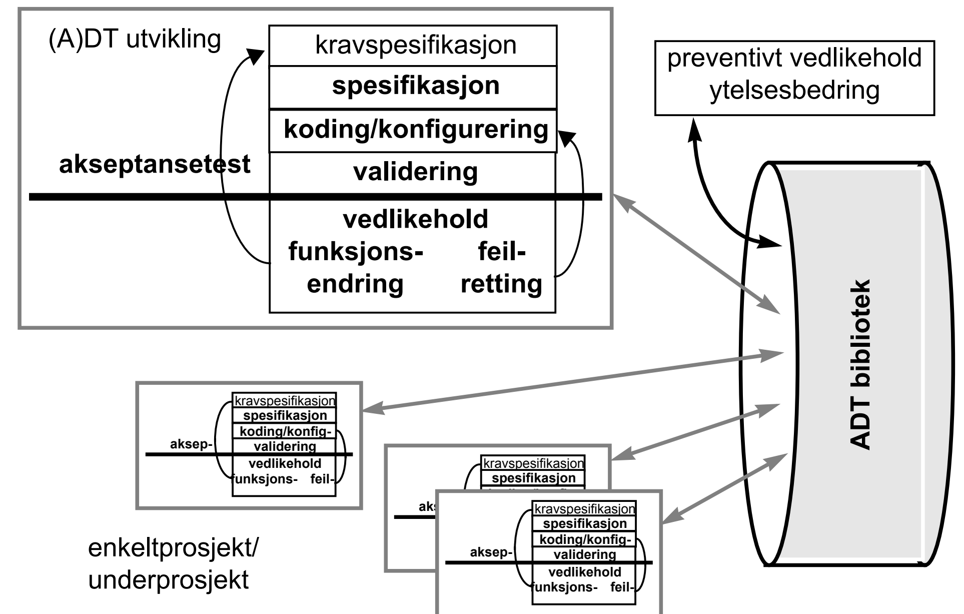
Programutvikling

krever – men er ikke det samme som –

Koding



ADT-basert livssyklusmodell
(abstrakt programmering)



Hva oppnår vi med ADT-modulbegrepet?

1. *utvider programmeringsspråket* med nye primitive typer
   - typer med tilhørende operasjoner
2. ulike implementasjoner av en ADT *kan erstatte hverandre*
   - ulike implementasjoner har ulike plass- og tidsforbruk som gir et program ulike egenskaper (kan velges avhengig av behov)
   - enkelte moduler kan vedlikeholdes uten at det krever endringer i resten av systemet (ingen ekstra integrering)
3. implementasjon = *konfigurasjon* + koding
   - konfigurasjon blir en egen gren av programmering på lik linje med vanlig (tradisjonell) implementering

En ADT-modul oppfyller krav til en god modularisering (Parnas)

1. den utgjør en *logisk* enhet
   - hver ADT definerer et begrep
2. den har et *klart grensesnitt* mot omverden (*enkapsling*)
   - gitt ved grensesnittsmetoder beskrevet i dokumentasjon
3. den er *gjenbrukbar*
   - i alle kontekster der det er behov for begrepet som ADT definerer

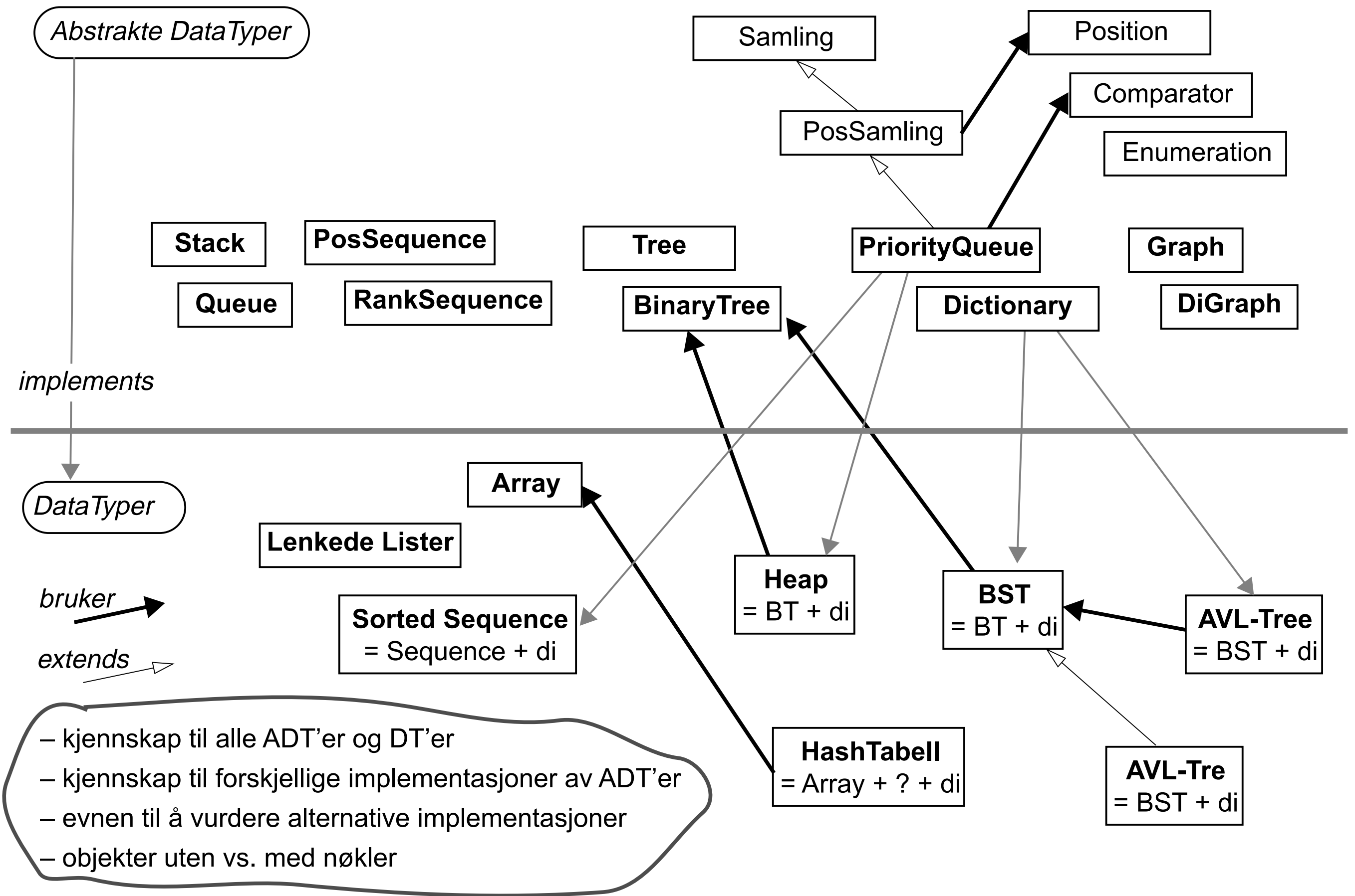
Implementasjon av en ADT-modul

1. Ta utgangspunkt i spesifikasjon (interface & dokumentasjon)
2. Se om det finnes en eller flere moduler – i standard eller i din lokale bibliotek – som kan brukes
3. Implementer typen
   - finn datastruktur som kan lagre nok og relevant informasjon
   - beskriv datainvarianten
   - beskriv abstraksjonsfunksjonen
     - hvordan konkrete instanser av datastrukturen som oppfyller datainvarianten representerere abstrakte verdier
   - analyser plassbehovet til datastrukturen
4. Implementer metodene
   - finn passende algoritme (ofte modifiser en eksisterende en)
   - vis at den er korrekt
     - at algoritmen gjenetablerer datainvarianten forutsatt at denne var oppfylt ved start
     - at dersom inndata oppfyller forkravene så vil algoritmen returnere en verdi som tilsvarer den abstrakte verdien som kreves av spesifikasjonen

       (løkke- og rekursjonsinvarianter)
   - analyser tidsforbruket til algoritmen
5. Skriv kode

Husk at programutvikling, i likhet med ethvert kreativt arbeid, ikke foregår som en rettlinjet prosess.

DataTyper og Abstarkte DataTyper



– kjennskap til alle ADT'er og DT'er
– kjennskap til forskjellige implementasjoner av ADT'er
– evnen til å vurdere alternative implementasjoner
– objekter uten vs. med nøkler

Algoritmer

- enkel **korrekthets**- og **kompleksitetsanalyse** av algoritmer
- design av **rekursive algoritmer**
- **sorteringsalgoritmer** (“in-place” eller ikke?)
  - instikk-/seleksjonsort (insertion-/selection-sort)
  - boblesortering (bubblesort)
  - prioritetskø-sortering: instikk-/seleksjon-/haugsort (heapsort)
  - flettesortering (mergesort)
  - kvikksort (quicksort)
- **trealgoritmer**
  - traversering: DFS, BFS
  - DFS: preorder, postorder (innorder for Binære Trær)
- ***heap*** (implementasjon av PriorityQueue)
  - innsetting og fjerning med opprettholdelse av heap-invarianten
- ***søketrær*** (implementasjon av Dictionary)
  - søk i BST: BST-innsetting og -fjerning (multiple nøkler)
  - AVL Trær: rotasjon
- **hashtabeller**
  - litt om hashfunksjoner
  - kollisjonshåndtering
- **grafalgoritmer**
  - graftraversering: DFS og BFS
  - transitiv tillukking (Floyd-Warshall)
  - rettede grafer: topologisk sortering
  - vektede grafer: enkel-kilde-korteste-stier, SS-SP (Dijkstra)
  - vektede grafer: minimum utspennende tre, MST (Kruskal)

Pensum

kap	unntatt	kursorisk	
1.	1.4.2		**OO, ABSTRAKSJON: INTERFACE, ARV**
2.			**O-NOTASJON: VERSTE- VS. GJENNOMSNITTSTILFELLE**
3.	3.2.4, 3.5	**3.1.3, 3.2.3, 3.4**	**STABEL, KØ, LISTE (TILPASSING)**
4.			**SEQUENCE; RANK-, POS-; ENUMERATION**
5.	5.5	**5.4.4**	**TRÆR, BINÆRETRÆR: BFS/DFS (PRE-/POST-/INORDER)**
6.	6.4	**6.3.4**	**PRIORITETSKØ, HEAP: TOTALORDNING/COMPARATOR**
7.	7.5, 7.7	**7.6.2, 7.6.3**	**ORDBOK, BINÆRESØKETRÆR, AVL-TRÆR, HASHTAB**
8.	8.1.3, 8.2, 8.5, 8.6	**8.4**	**QUICKSORT (MERGESORT, INSERTION-/SELECTIONSORT)**
9.		**9.4.5**	**GRAPH, DIGRAPH, DAG: DFS/BFS, TC (FLOYDWARSHALL), TS**
10.	10.1.5, 10.3 10.2.2-10.2.4		**VEKTEDEGRAFER: SS-SP (DIJKSTRA), MST (KRUSKAL)**

Eksamen

skal sjekke at

1. en kan bruke kjente datastrukturer og algoritmer
2. evt. gjennom tilpassing og abstraksjon
3. til å lage ***selvstendige og effektive løsninger på nye problemer***

– kjennskap til definisjoner, invarianter, algoritmer er en opplagt forutsetning

1. Algoritmer, effektivitet (O-notasjon) og rekursjon (oblig. 1 og 2)
2. DataStrukturer (oblig. 2 og 3)
3. Implementasjon og abstrakt (modulær) programmering (oblig. 3)

typiske eksempler:

- *gitt et problem:* deklarer **datastruktur** og design en **algoritme med en gitt kompleksitet** som løser problemet
- *gitt flere problemer av liknende karakter:* lag en **generisk algoritme** som løser hvert problem når passelig instansiert (design et grensesnitt som abstraherer forskjeller)
- *gitt en ADT:* design/beskriv en **implementasjon som tilfredstiller visse (kompleksistets)krav**

Bruk gitte moduler og kjente interface (disse er ofte gitt i vedlegg, men man må kjenne til deres intenderte virkemåte)

NB! Ved bruk av andre interface i en implementasjon, vil kompleksiteten avhenge av implementasjon av disse interface'ne – ellers kan man snakke generelt om kompleksitet ***relativt til*** implementasjon av andre interface.

Se prøveeksamen på hjemmesiden (prøv å løse den selv, se på løsnings-forslag, sammenlign de to, se hva som evt. kunne forbedres i begge)

På eksamen

prosentsatsene ved enkle oppgaver angir forventet og omtrentlig tidsforbruk – disse trenger ikke å stemme for hver person!

- Les ***hele*** eksamensettet
- Løs ***først alle*** de oppgavene du kan
- For de oppgavene du ikke ser en løsning på – disponer tiden!!!
  - begynn med en som virker enklest
  - har du brukt for mye tid på denne uten å lykkes,
  - forsøk heller å løse en annen oppgave istedenfor å bli stående ved den ene (du kan returnere til denne dersom du får tid senere)
- løkke- og rekursjonsinvarianter, forbetingelser, dokumentasjon kan du skrive først når du er ferdig med alle dine løsninger

- får du problemer med å skrive kode, skriv i det minste pseudo-kode som viser at du vet hvordan problemet skal løses.
- klarer man ikke å vurdere kompleksiteten, er det naturlig å lage så effektive algoritmer som mulig
- det er bedre å skrive noe – selv om veldig lite – riktig enn ingenting
- det er bedre å skrive ingenting enn masse tull

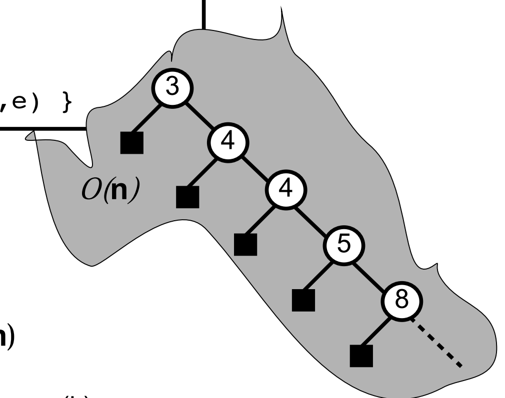
Balansering av BST

find(k), insert(k,e), rem(k) er alle O(**h(BST)**) som bør være O(**log n**)

```
settInn(Position v, Object k, Object e) {
  Position p= findP(k,v);
  if (isExternal(p))
    – en ny intern node
    – sett inn (k,e) der
  else
    – settInn(rightChild(p),k,e) }
```

```
insert(3,A);
insert(4,B);
insert(4,B);
insert(5,C);
insert(8,D);
```

h(BST) = O(**n**)



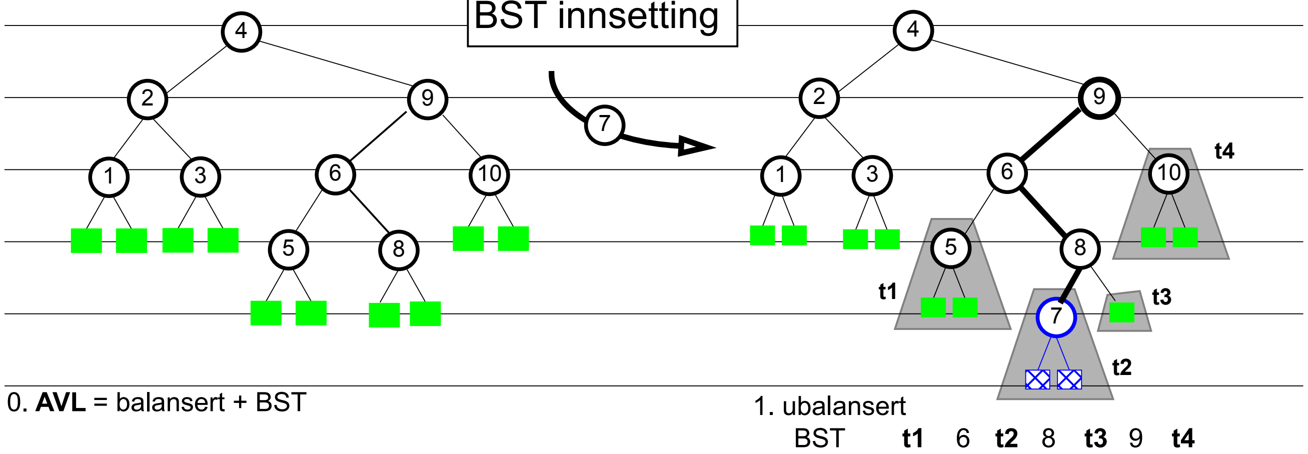
tilsvarende uhell kan skje ved en serie rem(k)

AVL Trær

er et Binært Tre *T* (for lagring av nøkler, eller objekter med nøkler) som tilfredstiller :

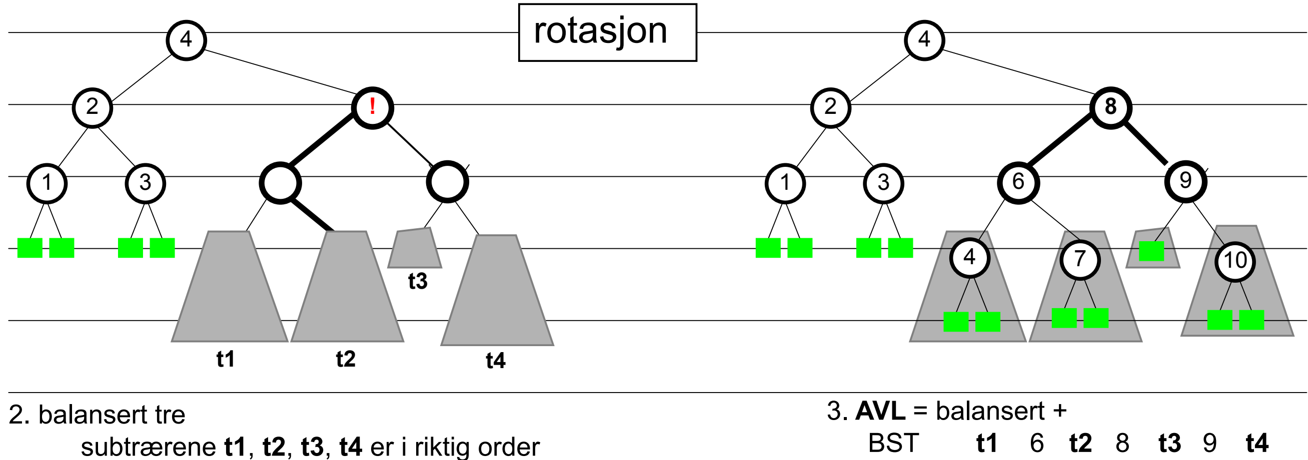
1. **BST Invariant** ("relasjonell") – for hver intern node p :
   for hver node v i p's venstre subtre : key(v) ≤ key(p)
   for hver node h i p's høyre subtre : key(h) ≥ key(p)
2. **AVL Invariant** ("strukturell") – hver intern node p er **balansert** :
   | height(***leftChild***(p)) – **height**(***rightChild***(p)) **|** ≤ 1

7.2. Et AVL Tre T som lagrer n nøkler har høyden $h(T)$ = O(**log n**)



0. **AVL** = balansert + BST

1. ubalansert
BST **t1** 6 **t2** 8 **t3** 9 **t4**

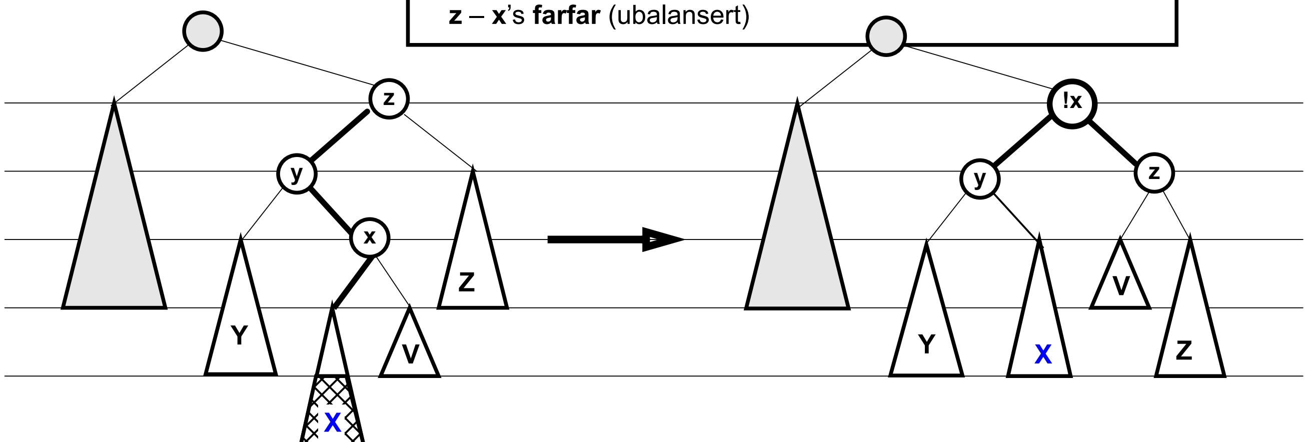


2. balansert tre
subtrærene **t1**, **t2**, **t3**, **t4** er i riktig order

3. **AVL** = balansert +
BST **t1** 6 **t2** 8 **t3** 9 **t4**

2. Rotasjon(x,y,z)

p – ny insatt node **(1)**
ubalanse kan oppstå kun på stien **S** fra **p** til roten
x – første noden på **S** (over el. lik **p**) hvis **farfar** er ubalanser
y – **x**'s **far**
z – **x**'s **farfar** (ubalansert)



inorder (DFS) **liste**	**a**	**b**	**c**	**(2)**
av noder:	y	x	z	

inorder (DFS) **liste**	**T1**	**T2**	**T3**	**T4**
av subtrær rotet under x, y, z	Y	X	V	Z

BST invariant : **T1 a T2 b T3 c T4**
her Y y X x V z Z

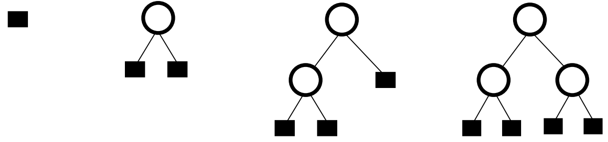
! = et nytt subtre med **b.elem()** i roten **(3)**
!.leftChild = **a** ; !.rightChild = **c** ;
// **a b c**
a.leftChild = **T1**; **a**.rightChild = **T2** ;
// **T1 a T2 b c**
c.leftChild = **T3** ; **c**.rightChild = **T4** ;
// **T1 a T2 b T3 c T4**

Er forutsettningene alltid oppfylt?

Hvis det oppstår ubalanse, vil det alltid finnes

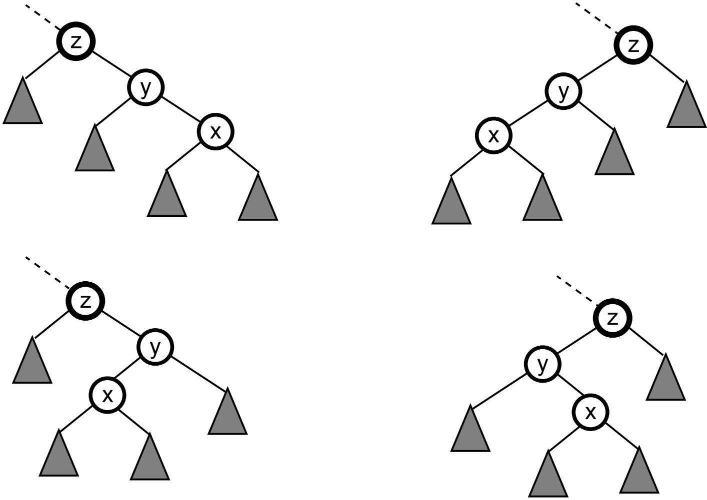
1. **en første** ubalansert node som er **farfar** til en intern node
2. **fire trær** som antatt i algoritmen over

1.a) Hvis en node ikke er farfar til noen intern node, så er den balansert!



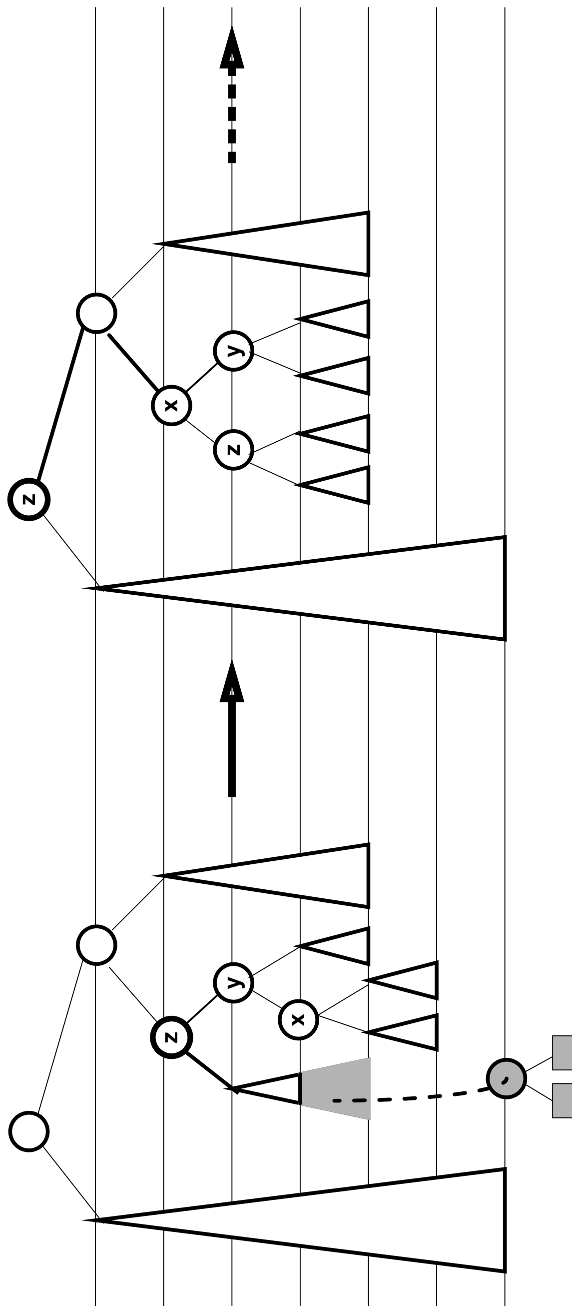
b) Siden ubalanse oppstår kun på stien fra den nye noden p mot roten (dvs. på en total ordning av noder), vil det finnes ***den første*** ubalanserte farfar noden

2. Følger av 1.
Har vi en ubalansert farfar z, så velger vi bare barnet og barnebarnet til z på stien mot p. (Et subtre av z, et til av z's barnet y, og to av z's barnebarnet x.)
Det er kun 4 muligheter:



rem(k) fra et AVL Tre

1. **BST . rem(k)** ; if (AVL invariant er ok) – ferdig



2. **else**:

p – faren til fjernet node
ubalanse oppstår på stien **S** fra **p** til roten
z – første noden på **S** (over **p**) som er ubalanser
y – **z**'s **høyste barn** (ligger ikke på **S**)
x – **y**'s **høyste barn** (ikke alltid entydig)

rotasjon(x,y,z)

fortsett mot roten
finner du en ubalansert z
gjenta 2.

= $\mathcal{O}$(height(AVL)) = $\mathcal{O}$(log n)